



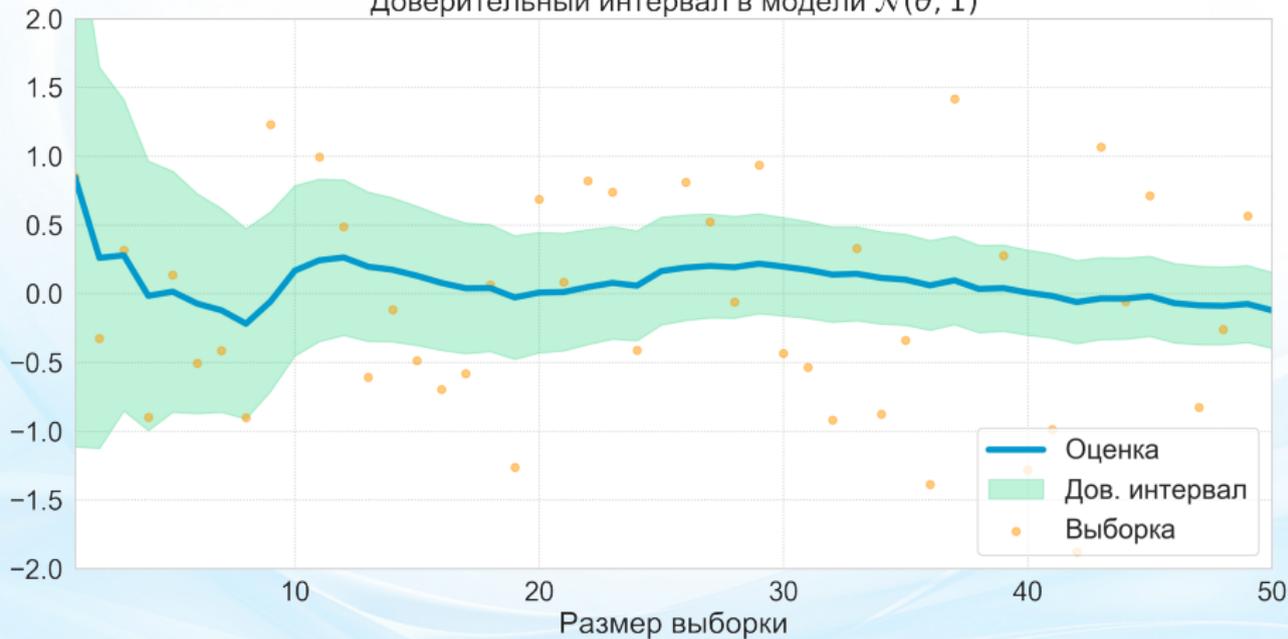
# Phystech@DataScience

## Статистика

2 марта 2024 г.



Доверительный интервал в модели  $\mathcal{N}(\theta, 1)$





# Распределение хи-квадрат

**Обозначение:**  $\chi_k^2$  — хи-квадрат с  $k$  степенями свободы

- ▶ Параметр  $k$  — кол-во степеней свободы;

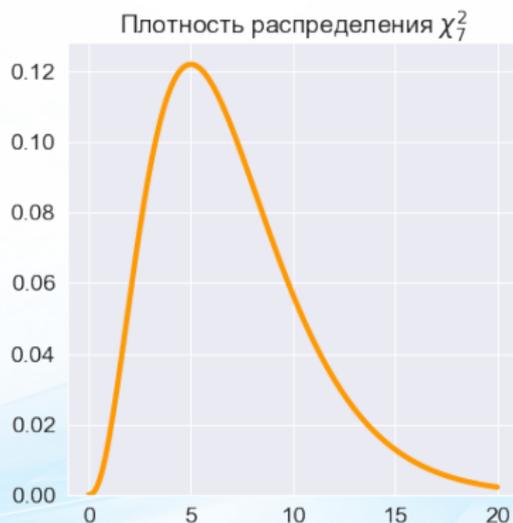


# Распределение хи-квадрат

**Обозначение:**  $\chi_k^2$  — хи-квадрат с  $k$  степенями свободы

- ▶ Параметр  $k$  — кол-во степеней свободы;
- ▶ Плотность

$$p(x) = \frac{1}{2^{k/2}\Gamma(k/2)} x^{k/2-1} e^{-x/2}$$





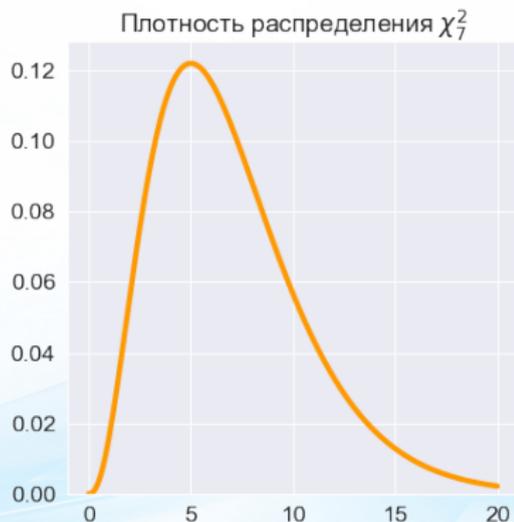
# Распределение хи-квадрат

**Обозначение:**  $\chi_k^2$  — хи-квадрат с  $k$  степенями свободы

- ▶ Параметр  $k$  — кол-во степеней свободы;
- ▶ Плотность

$$p(x) = \frac{1}{2^{k/2}\Gamma(k/2)} x^{k/2-1} e^{-x/2}$$

- ▶ Если  $\xi_1, \dots, \xi_k$  — независимые  $\mathcal{N}(0, 1)$ ,  
то  $\xi_1^2 + \dots + \xi_k^2 \sim \chi_k^2$





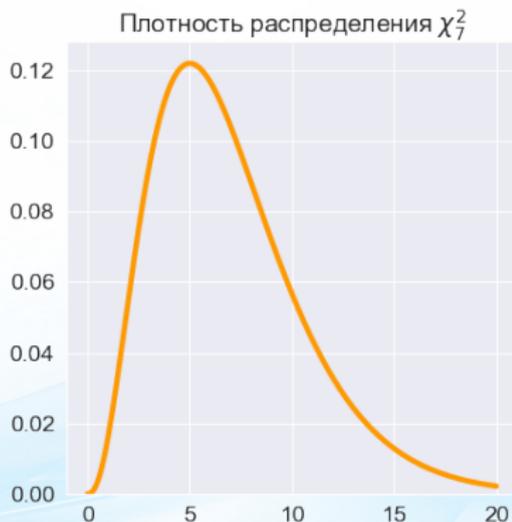
# Распределение хи-квадрат

**Обозначение:**  $\chi_k^2$  — хи-квадрат с  $k$  степенями свободы

- ▶ Параметр  $k$  — кол-во степеней свободы;
- ▶ Плотность

$$p(x) = \frac{1}{2^{k/2}\Gamma(k/2)} x^{k/2-1} e^{-x/2}$$

- ▶ Если  $\xi_1, \dots, \xi_k$  — независимые  $\mathcal{N}(0, 1)$ ,  
то  $\xi_1^2 + \dots + \xi_k^2 \sim \chi_k^2$
- ▶ `scipy.stats.chi2(df=k)`





# Распределение Стьюдента

**Обозначение:**  $T_k$  — распределение Стьюдента с  $k$  степенями свободы

- ▶ Параметр  $k$  — кол-во степеней свободы;
- ▶  $T_1$  — распределение Коши
- ▶  $T_\infty = \mathcal{N}(0, 1)$

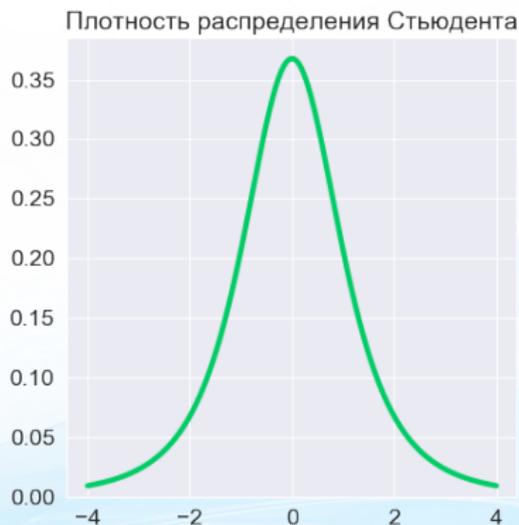


# Распределение Стьюдента

**Обозначение:**  $T_k$  — распределение Стьюдента с  $k$  степенями свободы

- ▶ Параметр  $k$  — кол-во степеней свободы;
- ▶  $T_1$  — распределение Коши
- ▶  $T_\infty = \mathcal{N}(0, 1)$
- ▶ Плотность

$$p(x) = \frac{\Gamma(\frac{k+1}{2})}{\sqrt{\pi k} \Gamma(k/2)} \left(1 + \frac{x^2}{k}\right)^{-\frac{k+1}{2}}$$





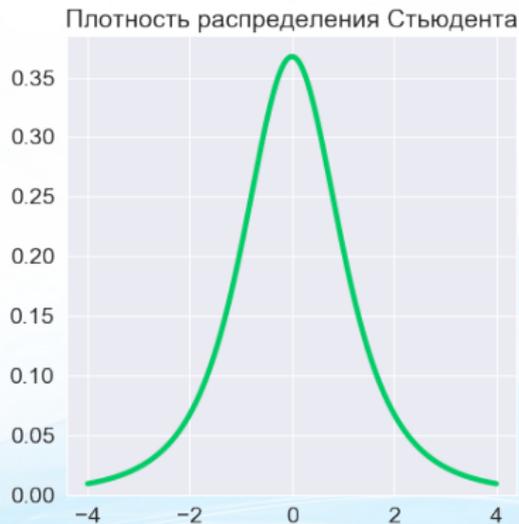
# Распределение Стьюдента

**Обозначение:**  $T_k$  — распределение Стьюдента с  $k$  степенями свободы

- ▶ Параметр  $k$  — кол-во степеней свободы;
- ▶  $T_1$  — распределение Коши
- ▶  $T_\infty = \mathcal{N}(0, 1)$
- ▶ Плотность

$$p(x) = \frac{\Gamma(\frac{k+1}{2})}{\sqrt{\pi k} \Gamma(k/2)} \left(1 + \frac{x^2}{k}\right)^{-\frac{k+1}{2}}$$

- ▶ Если  $\xi \sim \mathcal{N}(0, 1)$  и  $\eta \sim \chi_k^2$  независимы, то  $\zeta = \frac{\xi}{\sqrt{\eta/k}} \sim T_k$





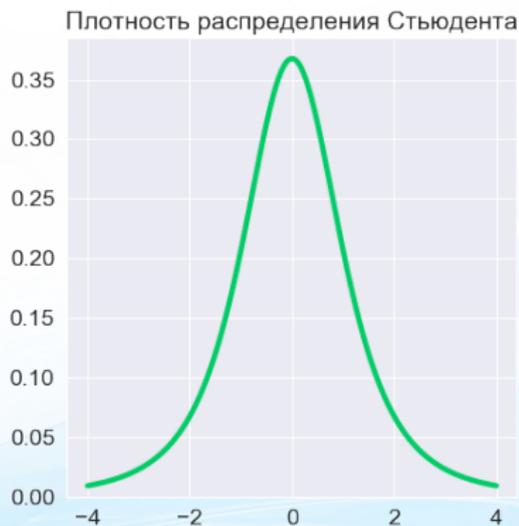
# Распределение Стьюдента

**Обозначение:**  $T_k$  — распределение Стьюдента с  $k$  степенями свободы

- ▶ Параметр  $k$  — кол-во степеней свободы;
- ▶  $T_1$  — распределение Коши
- ▶  $T_\infty = \mathcal{N}(0, 1)$
- ▶ Плотность

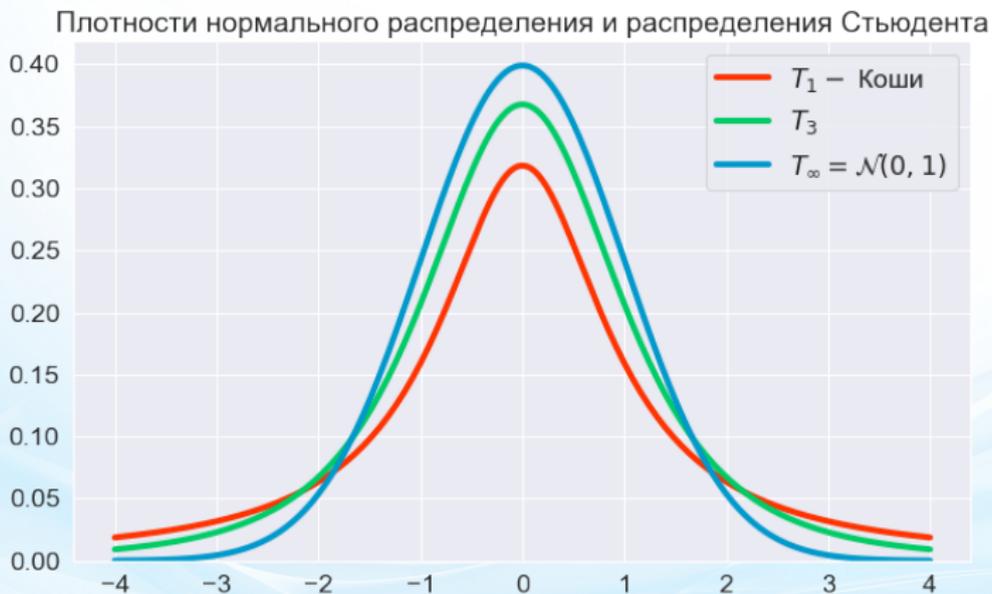
$$p(x) = \frac{\Gamma(\frac{k+1}{2})}{\sqrt{\pi k} \Gamma(k/2)} \left(1 + \frac{x^2}{k}\right)^{-\frac{k+1}{2}}$$

- ▶ Если  $\xi \sim \mathcal{N}(0, 1)$  и  $\eta \sim \chi_k^2$  независимы, то  $\zeta = \frac{\xi}{\sqrt{\eta/k}} \sim T_k$
- ▶ `scipy.stats.t(df=k)`





# Сравнение распределений





# Некоторые свойства распределений

## Распределение Стьюдента

- ▶ Если  $\zeta \sim T_k$ ,  
то  $E\zeta = 0$  при  $k > 1$
- ▶ Если  $\zeta \sim T_k$ ,  
то  $D\zeta = \frac{k}{k-2}$  при  $k > 2$
- ▶  $T_{k,p}$  —  $p$ -квантиль  
распределения  $T_k$

## Распределение хи-квадрат

- ▶ Если  $\eta \sim \chi_k^2$ ,  
то  $E\eta = k, D\eta = 2k$
- ▶  $\chi_{k,p}^2$  —  $p$ -квантиль  
распределения  $\chi_k^2$



## Уильям Сили Госсет

Работал на пивоваренном заводе  
Гиннеса в Дублине.

Чтобы предотвратить дальнейшее раскрытие  
конфиденциальной информации, Гиннесс  
запретил своим работникам публикацию  
любых материалов, независимо  
от содержащейся в них информации.

Госсет выбрал себе псевдоним Student.

